НОВОЕ РЕШЕНИЕ КАПЕЛЬНОЙ МОДЕЛИ ЯДРА

Якубовский Евгений Георгиевич
пенсионер

NEW SOLUTION TO THE DROPLET KERNEL MODEL

Yakubovski Evgeniy Georgievich
pensioner

Возрождена капельная модель ядра, для которой получено точное решение для несжимаемой жидкости с помощью гидродинамического потенциального решения, полученного из уравнения Шредингера. При этом для несжимаемой жидкости имеется формулы для давления или потенциала. Имеется основная часть гидродинамического потенциала, которая получается заменой модуля обратного разности векторов, на разность модулей значений векторов. Основная часть потенциала выражается конечной формулой с особенностями. Получается формула для интеграла, содержащего модуль разности точного значения векторов минус основная часть потенциала. Эта разность определяет непрерывную поправку с учтенными особенностями. Основная часть потенциала на границе ядра получилась бесконечно большой с мнимой частью, запирающий частицы в ядре. При этом действительная часть основного потенциала при уменьшении радиуса уменьшается, становится отрицательной, и определяет связанное состояние. При половине радиуса ядра имеется линейный член по радиусу. В нуле радиуса имеется бесконечный отрицательный потенциал с мнимой частью. Получено выражение для кванта излученной энергии. Отмечу, что присоединенная масса, в связи с вращательным режимом ядра не использовалась. Предложен алгоритм вычисления спектра ядра, причем каждому состоянию действия ядра s_n соответствует n вычисленных частот, определяемая по n углов в конфигурационном пространстве. Основное пространство n+1 мерное, и каждой размерности пространства соответствует своя энергия. Но без специальных средств потенциал ядра стремится к бесконечности. Нужно ввести мнимую степень шероховатости углов, в выражениях, содержащих особенности, тогда бесконечности исчезают.

The droplet model of the nucleus is revived, for which an exact solution for an incompressible fluid is obtained using the hydrodynamic potential solution obtained from the Schrödinger equation. Moreover, for an incompressible fluid, there are formulas for the pressure or potential. There is the main part of the hydrodynamic potential, which is obtained by replacing the modulus of the inverse difference of vectors by the difference in moduli of the values of the vectors. The bulk of the potential is expressed in a finite formula with singularities. A formula is obtained for the integral containing the modulus of the difference between the exact values of the vectors minus the main part of the potential. This difference defines a continuous correction with the features taken into account. The main part of the potential at the boundary of the nucleus turned out to be infinitely large with an imaginary part, locking particles in the nucleus. In this case, the real part of the main potential decreases with decreasing radius, becomes negative, and determines the bound state. At half the radius of the nucleus, there is a linear term along the radius. At the zero radius, there is an infinite negative potential with an imaginary part. An expression for the quantum of the emitted energy is obtained. Note that the added mass was not used due to the rotational regime of the nucleus. An algorithm for calculating the spectrum of the kernel is proposed, and each state of the action of the kernel s_n corresponds to n calculated frequencies, determined by n angles in the configuration space. The main space is n + 1 dimensional, and each dimension of space has its own energy. But without special means, the potential of the nucleus tends to infinity. It is necessary to introduce the imaginary degree of roughness of the corners, in expressions containing singularities, then the infinities disappear.

Ключевые слова: вычисление потенциала ядра, спектр ядра, шаровые функции, устранение сингулярности

Keywords: computation of the potential of the kernel, spectrum of the kernel, spherical functions, elimination of the singularity

---

Получена мнимая квантовая поправка к потенциальному решению уравнения Навье-Стокса в виде ряда для произвольного звездного тела. Эта поправка позволяет учесть влияние комплексной потенциальной и кинетической энергии среды на гидродинамическое потенциальное решение уравнение Навье-Стокса. Потенциальное решение уравнения Навье-Стокса не простое. Оно аналогично решению уравнения Шредингера. Имеется область присоединенной массы скорость которой совпадает со скоростью центра тяжести системы. Между границей тела и границей присоединенной массы имеется объем жидкости с постоянной скоростью тела. Имеются полюса-каустики, в которых скорость стремится к бесконечности. Далее по мере роста радиуса имеется спадание скорости до нуля, это внешнее решение. Внутреннее решение не имеет присоединенной массы, оно определяется частотами вращения, причем у потенциала имеются каустики-полюса.

Если в квантовой механике определяющим является зависимость потенциала от координат, то в гидродинамике главным фактором служит форма границы тела, а потенциал или давление являются определяемыми параметрами.

Задачу можно использовать для определения энергии ядра, имеющего сферическую форму. Для этого необходимо рассматривать внутреннюю задачу и внешнюю задачу. Для внешней задачи, скорость электронов мнимая, электроны вращаются со скоростью ic/137. Область расположения электронов имеет постоянную мнимую скорость $V = ic/137$ и образует присоединенную массу. Вне радиуса Бора имеется спадание скорости. Особенности типа каустики-полюса имеются во внешней области, когда энергия системы стремится к бесконечности, вернее к дельта-функции. Внешняя граница величина переменная и определяется радиусом Бора с коэффициентами. Для внешности ядра задача решена.

Причем потенциал ядра определится по его внутренней скорости. Вязкость ядра величина неизвестная, но ядро описывается очень плотной средой и, его вязкость и плотность велика, поэтому ядерный потенциал окажется огромным. Вязкость ядра определяется из формулы $v = ca_0/3$, где используется радиус Бора. Радиус ядра определится как переменная величина, зависящая от числа нуклонов. Понятие присоединенной массы в ядре не используется, имеются n частот $\omega_0, \dots, \omega_{n-1}$. Причем основные частоты равны ic/4r_A, причем используются поворот частоты на другие оси. Во внутренней части ядра имеются особенности, типа каустики-полюса, когда энергия стремится к дельта-функции. Ядро образует n+1 мерный шар с несжимаемой жидкостью, n углов и радиус.

Уравнение Шредингера эквивалентно уравнению

$$\frac{\partial s}{\partial t} + \frac{(\nabla s)^2}{2m} - (\frac{i\hbar}{2m} + v)\Delta s + U = 0; \psi = exp(\, is/\hbar).$$

Где величина s комплексная. Тогда уравнение сводится к виду

$$(\frac{i\hbar}{2m} + v)\Delta s = \frac{p^2(x_1, x_2, \dots, x_{n+1})}{2m} + U(x_1, x_2, \dots, x_{n+1}) - E = E(x_1, x_2, \dots, x_{n+1}) - E, p_k = \partial_k s$$

Решение этого уравнения в случае двух частот имеет вид

$$s_2 = [\omega_0 r Y_{10} + \omega_1 r(Y_{11} - Y_{1-1})]\frac{4(\hbar - 2imv)}{r_A} - \int_V \frac{[E(r, \alpha_2, \alpha_1) - E]r^2\,(r - R)\cos\alpha_2\, dr d\alpha_2 d\alpha_1}{4\pi(\frac{i\hbar}{2m} + v)|\mathbf{R} - \mathbf{r}|^2} =$$

$$= (\omega_0 r i\sqrt{\frac{3}{4\pi}}\sin\alpha_2 + \omega_1 r i\sqrt{\frac{3}{8\pi}}\cos\alpha_2\cos\alpha_1)\frac{4(\hbar - 2imv)}{r_A} -$$

$$-\int_V \frac{[E(r, \alpha_2, \alpha_1) - E]r^2\,(r - R)\cos\alpha_2\, dr d\alpha_2 d\alpha_1}{4\pi(\frac{i\hbar}{2m} + v)|\mathbf{R} - \mathbf{r}|^2}; \omega_0 = \cos\alpha - \sin\alpha\,; \omega_1 = \sin\alpha + \cos\alpha$$

Откуда определим компоненты угловой скорости

$$\Omega_0 = \frac{r_A}{4(\hbar - 2imv)}\frac{\partial s_2}{r\cos\alpha_2\,\partial\alpha_2} = -\omega_0 i\sqrt{\frac{3}{4\pi}} + \omega_1 i\sqrt{\frac{3}{2\pi}}\tan\alpha_2\cos\alpha_1$$

$$\Omega_1 = \frac{r_A}{4(\hbar - 2imv)}\frac{\partial s_2}{r\cos\alpha_2\partial\alpha_1} = -\omega_1 i\sqrt{\frac{3}{2\pi}}\sin\alpha_1$$

Откуда определится комплексный импульс тела и комплексные линии тока

$$p_k = \frac{\partial s_2(q_1, q_2, q_3)}{h_k\partial q_k}; \frac{h_k dq_k}{dt} = \frac{p_k(q_1, q_2, q_3)}{m}; q_k = q_k(t, q_1^0, q_2^0, q_3^0)$$

Вторая производная от действия равна

$$\Omega_{r0} = \frac{r_A}{4(\hbar - 2imv)}\frac{\partial^2 s_2}{\partial r\cos\alpha_2\,\partial\alpha_2} = (\omega_0 i\sqrt{\frac{3}{4\pi}} - \omega_1 i\sqrt{\frac{3}{8\pi}}\tan\alpha_2\cos\alpha_1) =$$

$$= (\omega_0 i\sqrt{\frac{3}{4\pi}} + \omega_1 i\sqrt{\frac{3}{8\pi}}\frac{\cos\alpha_2\sin\alpha_2}{\cos^2\alpha_2 + \varepsilon^2})$$

$$\Omega_{r1} = \frac{r_A}{4(\hbar - 2imv)}\frac{\partial^2 s_2}{\cos\alpha_2\,\partial r\partial\alpha_1} = -\omega_1 i\sqrt{\frac{3}{8\pi}}\sin\alpha_1$$

$$\Omega_{00} = \frac{r_A}{4(\hbar - 2imv)} \frac{\partial^2 s_2}{r\cos^2\alpha_2\,\partial\alpha_2{}^2} = -\omega_0 i\sqrt{\frac{3}{4\pi}}\frac{\sin\alpha_2}{\cos^2\alpha_2} - \omega_1 i\sqrt{\frac{3}{8\pi}}\frac{\cos\alpha_1}{\cos\alpha_2} =$$

$$= -\omega_0 i\sqrt{\frac{3}{4\pi}}\frac{\cos^2\alpha_2\sin\alpha_2}{\cos^4\alpha_2 + \varepsilon^2} - \omega_1 i\sqrt{\frac{3}{8\pi}}\cos\alpha_1$$

$$\Omega_{01} = \frac{r_A}{4(\hbar - 2imv)} \frac{\partial^2 s_2}{r\cos\alpha_2\,\partial\alpha_2\partial\alpha_1} = \omega_1 i\sqrt{\frac{3}{8\pi}}\tan\alpha_2\sin\alpha_1 = \omega_1 i\sqrt{\frac{3}{8\pi}}\frac{\cos\alpha_2\sin\alpha_2}{\cos^2\alpha_2 + \varepsilon^2}\sin\alpha_1$$

$$\Omega_{11} = \frac{r_A}{4(\hbar - 2imv)} \frac{\partial^2 s_2}{r\cos^2\alpha_2\,\partial\alpha_1{}^2} = -\omega_1 i\sqrt{\frac{3}{8\pi}}\frac{\cos\alpha_1}{\cos\alpha_2} = -\omega_1 i\sqrt{\frac{3}{8\pi}}\frac{\cos\alpha_2\cos\alpha_1}{\cos^2\alpha_2 + \varepsilon^2}$$

Данная формула умножена на радиус, для получения одинаковой размерности у частоты с двумя индексами. При подстановке квадрата частоты с двумя индексами надо формулу разделить на радиус в квадрате. Точное значение каждой особенности потенциала равно $U_{ik}(R)$, и тогда получим действительную добавку к вычисленной ниже по тексту формулы. Полученный интеграл не имеет особенностей и определит непрерывную функцию, его особенности заключены в вычисленном интеграле $U_{ik}(R)$ в котором вычислены все особенности потенциала

$$\frac{U_{3ik}(\mathbf{R})16}{A^{1/3}m_p c^2} = \int_0^{r_A}\int_{-\pi/2}^{\pi/2}\int_0^{2\pi}\Omega_{ik}^2[\frac{r-R}{|\mathbf{r}-\mathbf{R}|^2} - \frac{1}{r-R}]\cos\alpha_2\,dr d\alpha_2 d\alpha_1 + \frac{U_{3ik}(R)16}{A^{1/3}m_p c^2}$$

Отмечу, что в точках особенности ядра выполняется $\frac{r-R}{|\boldsymbol{r}-\boldsymbol{R}|^2} = \frac{1}{r-R}$, т.е. особенность устраняется, так что можно с уверенностью сказать, что добавка это непрерывная функция. Ошибка при численном счете может произойти только при делении на ноль в промежуточном результате. Т.е. нужно регуляризовать деление на ноль, и тогда получится непрерывная функция или вводить степень шероховатости при интегрировании коэффициентов Ламе. Шаровые функции надо интегрировать без шероховатости. Формулы нужно представить в виде

$$\frac{U_{3ik}(\mathbf{R})16}{A^{1/3}m_p c^2} = \int_0^{r_A}\int_{-\pi/2}^{\pi/2}\int_0^{2\pi}\Omega_{ik}^2[\frac{r-R}{|\mathbf{r}-\mathbf{R}|^2+\varepsilon^2} - \frac{r-R}{(r-R)^2+\varepsilon^2}]\cos\alpha_2\,dr d\alpha_2 d\alpha_1 + \frac{U_{3ik}(R)16}{A^{1/3}m_p c^2}$$

Регуляризация частоты произведена. И тогда при $|\boldsymbol{R}| = r_A$ получаем бесконечный положительный потенциал, при условии $|\boldsymbol{R}| < r_A$, получаем комплексный потенциал, действительная часть которого переходит из положительного значения в отрицательное.

Регуляризацию нужно производить только у коэффициентов Ламе, которые образуют особенности. Надо либо производить регуляризацию особенностей, либо использовать степень шероховатости.

Интеграл от коэффициентов Ламе надо производить с учетом шероховатости, а от шаровых функций по обычным углам. Введем степень шероховатости и преобразуем косинус угла с учетом шероховатости

$$\cos(\alpha_n + 2\pi k)(1+i\delta) = [\exp(i\alpha_n)\exp[-(\alpha_n + 2\pi k)\delta] +$$
$$+ \exp(-i\alpha_n)\exp[(\alpha_n + 2\pi k)\delta]]/2 \to \infty, k \to \infty$$

Интеграл по углам имеет особенности

$$\int \frac{d\alpha_2}{\cos\alpha_2} = \int -\frac{dx}{x\sqrt{1-x^2}} = \int \frac{du}{\sqrt{u^2-1}} = y = \ln(\frac{1}{\cos\alpha_2} \pm \sqrt{\frac{1}{\cos^2\alpha_2} - 1}) = \pm i\pi/2$$

$$x = \cos\alpha_2, x = 1/u; u = \cosh y$$

$$\frac{d\alpha_2}{\cos^3\alpha_2} = -\frac{dx}{x^3\sqrt{1-x^2}} = \frac{u^2 du}{\sqrt{u^2-1}} = \frac{[\exp y + \exp(-y)]^2}{4}dy$$

Второй интеграл считается по формуле

$$\frac{\pm i\pi + \sum_{\substack{k=0 \\ k\neq 1}}^{2} C_2^k \frac{\left(\frac{1\pm\sqrt{1-cos^2\alpha_2}}{cos\,\alpha_2}\right)^{2k-2}}{2k-2}}{4} = \frac{\pm i\pi + \sum_{\substack{k=0 \\ k\neq 1}}^{2} C_2^k \frac{exp[\pm i\pi(2k-2)/2]}{2k-2}}{4}$$

Таким образом особенности коэффициентов Ламе, имеющих другой угол, с коэффициентом шероховатости, устраняются и остаются только интегрируемые без особенности члены без учета шероховатости. Где угол α_2 отсчитывается от направления радиальной оси вращения. Потенциал ядра имеет особенности, а волновая функция или действие, вычисленная в первом приближении особенностей не имеет.

Радиальная зависимость потенциала ядра определяется из формулы

$$\frac{U_{3ik}(R)16}{A^{1/3}m_p c^2} = -C^2\int_0^{r_A} \frac{\omega^2\,dr}{r-R} = -C^2\omega^2\; ln(r-R)|_0^{r_A} = -C^2\omega_0^2[ln(\frac{r_A}{R}-1)+i\pi+2i\pi k]$$

При условии $R = r_A$ образуется бесконечный запирающий положительный потенциал. При условии $R < r_A$, потенциал комплексный, и при радиусе внутри ядра действительная часть потенциала переходит из положительного значения в отрицательное. Если при переходе от нулевого радиуса к радиусу ядра произошло излучение энергии, то выделится квант полевой энергии $\frac{\Delta E_k}{m_p c^2} = -2i\pi C^2\omega^2$. Причем этот квант энергии мнимый значит изменяется по синусу со временем с частотой $\omega c/4r_A$, образуя гамма квант.

Если продолжать расчет до значения среднего, совпадающего с переменной энергией в каждой точке, то у волновой функции или действия появятся особенности и ее считать затруднительно, надо использовать шероховатости, поэтому ограничимся гидродинамическим приближением.

Комплексный импульс тела равен

$$\frac{p_k(R,\alpha_2,\alpha_1)}{A^{1/3}m_p c} = \frac{\partial}{h_k\,\partial q_k}\{(\omega_0 ri\sqrt{\frac{3}{4\pi}}sin\,\alpha_2 + \omega_1 ri\sqrt{\frac{3}{8\pi}}cos\,\alpha_2\,cos\,\alpha_1)\frac{4(\hbar-2imv)}{A^{1/3}m_p c r_A} -$$
$$-\int_V \frac{[E(r,\alpha_2,\alpha_1)-E]r^2(r-R)\,cos\,\alpha_2\,dr d\alpha_2 d\alpha_1}{8\pi A^{1/3}m_p c r_A(\frac{i\hbar}{2A^{1/3}m_p}+v)|\mathbf{R}-\mathbf{r}|^2}\}$$

Определим кинетическую и потенциальную энергию среды из нелинейного уравнения путем итераций, начальное приближение соответствует нулевой разности между текущим и средним значением энергии.

$$E(r,\alpha_2,\alpha_1) = [\frac{p^2(r,\alpha_2,\alpha_1)}{2A^{1/3}m_p} + U(r,\alpha_2,\alpha_1)] = A^{1/3}m_p c^2 f(r,\alpha_2,\alpha_1)$$

Полная энергия среды определится из форму

$$E = \int_V E(r,\alpha_2,\alpha_1)\,exp\{-\frac{2s_2(\hbar+2imv)}{\hbar^2+(2mv)^2}\}r^2\,cos\,\alpha_2\,dr d\alpha_2 d\alpha_1/$$
$$/\int_V exp\{-\frac{2s_2(\hbar+2imv)}{\hbar^2+(2mv)^2}\}r^2\,cos\,\alpha_2\,dr d\alpha_2 d\alpha_1$$

Можно этим и ограничиться, но возможно использование квантового члена, определяющего влияние дисперсии энергии, до тех пор, пока переменная энергия не совпадет со средней энергией, т.е. получить собственное значение энергии

$$E(r,\alpha_2,\alpha_1) = \frac{p^2[r,\alpha_2,\alpha_1,E(r,\theta,\phi)-E]}{2A^{1/3}m_p} + U[r,\theta,\phi,E(r,\alpha_2,\alpha_1)-E]$$

Тогда величина $exp[-is/(h-2imv)] = \psi$ совпадет с волновой функцией системы.

Элементарные частицы соответствуют точкам минимума энергии, и их координаты определяются по формуле

$$\frac{\partial E(q_1^0,q_2^0,q_3^0)}{\partial q_k} = 0; \sum_{k,n=1}^{2} \frac{\partial^2 E(q_1^0,q_2^0,q_3^0)}{\partial q_k\,\partial q_n}(q_k-q_k^0)(q_n-q_n^0) \to \sum_{k=1}^{3} \lambda_k(Re\,y_k)^2; Re\,\lambda_k > 0,$$

т.е. квадратичная форма имеет минимум в координате минимума, а их энергия и импульс равны $E = E(q`^0_1, q^0_2, q^0_3), p_k = p_k(q^0_1, q^0_2, q^0_3)$. Для квантового решения энергия равна константе и определить координаты частиц не удается. Но гидродинамическое решение определяет координаты частиц, которые должны быть комплексные, где мнимая часть описывает колебание частиц.

Преобразование координат в n+1 мерном пространстве определяется по формуле

$$\begin{aligned}
&x_1 = r \cos\alpha_1 \cos\alpha_2 \dots \cos\alpha_k \\
&x_2 = r \sin\alpha_1 \cos\alpha_2 \dots \cos\alpha_k \\
&x_3 = r \sin\alpha_2 \cos\alpha_3 \dots \cos\alpha_k \\
&\dots. \\
&x_{k+1} = r \sin\alpha_k \\
&\alpha_1 \in [0, 2\pi]; \alpha_2, \dots, \alpha_k \in [-\pi/2, \pi/2]
\end{aligned}$$

В случае трех частот действие имеет вид

$$\begin{aligned}
s_3 = \{&\omega_0^2 r^2 Y_{2200}(\alpha_2, \alpha_3, \alpha_1) + \omega_1^2 r^2 [Y_{2211}(\alpha_2, \alpha_3, \alpha_1) + Y_{22-1-1}(\alpha_2, \alpha_3, \alpha_1)] + \\
&+ \omega_2^2 r^2 [Y_{2222}(\alpha_2, \alpha_3, \alpha_1) + Y_{22-2-2}(\alpha_2, \alpha_3, \alpha_1)]\} \frac{16(\hbar - 2imv)}{A^{2/3} r_A^2} - \\
&- \int_V \frac{[E(r, \alpha_2, \alpha_3, \alpha_1) - E] r^3 (r - R) r_A \cos\alpha_2 \cos^2\alpha_3 \, dr d\alpha_1 d\alpha_2 d\alpha_3}{4\pi(\frac{i\hbar}{2m} + v)|\mathbf{R} - \mathbf{r}|^4}
\end{aligned}$$

Преобразование частот представлено в матричном виде в случае трех частот пространства, которые образуют два угла в пространстве

$$\left\|\begin{matrix} \omega_0 \\ \omega_1 \\ \omega_2 \end{matrix}\right\| = \left\|\begin{matrix} \cos\alpha & -\sin\alpha & 0 \\ \sin\alpha\cos\beta & \cos\alpha\cos\beta & -\sin\beta \\ \sin\alpha\sin\beta & \cos\alpha\sin\beta & \cos\beta \end{matrix}\right\| \cdot \left\|\begin{matrix} \omega'_0 \\ \omega'_1 \\ \omega'_2 \end{matrix}\right\|$$

При условии $\alpha = 0; \beta = 0$ получаем тождественное преобразование. При $\beta = 0$, получаем поворот на угол α. При условии $\alpha = 0$, получаем поворот на угол β.

В случае n+1 частоты действие имеет вид (использовалась симметрия углов сферы $\alpha_2, \dots, \alpha_n \in [-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}]$, откуда следует $n_2 = n_3 = \dots = n_n = n; k_2 = k_3 = \dots = k_n = k$ равенство индексов у разложения сферы по шаровым функциям в пространстве произвольной размерности)

$$\begin{aligned}
s_n = &\sum_{k=0}^{n-1} \omega_k^{n-1} r^{n-1} [Y_{nn\dots nkk\dots k}(\alpha_2, \dots, \alpha_n, \alpha_1) + (-1)^{n-1} Y_{nn\dots n(-k)(-k)\dots(-k)}(\alpha_2, \dots, \alpha_n, \alpha_1)] \frac{4^{n-1}(\hbar - 2imv)}{r_A^{n-1}} - \\
&- \int_V \frac{[E(r, \alpha_2, \dots, \alpha_n, \alpha_1) - E] r^n (r - R) r_A \cos\alpha_2 \cos^2\alpha_3 \dots \cos^{n-1}\alpha_n \, dr d\alpha_1 \dots d\alpha_n}{4\pi(\frac{i\hbar}{2m} + v)|\mathbf{R} - \mathbf{r}|^{n+1}}
\end{aligned}$$

Многомерный потенциал считается по формуле

$$\begin{aligned}
\frac{U_{(n+1)ik}(\mathbf{R})16}{A^{1/3} m_p c^2} = &\int_0^{r_A} \int_{-\pi/2}^{\pi/2} \dots \int_{-\pi/2}^{\pi/2} \int_0^{2\pi} \Omega_{ik}^2 [\frac{r - R}{|\mathbf{r} - \mathbf{R}|^{n+1} + r_A^{n+1}\varepsilon^2} - \frac{r - R}{(r - R)^{n+1} + r_A^{n+1}\varepsilon^2}] \times \\
&\times r^{n-2} r_A \cos\alpha_2 \cos^2\alpha_3 \dots \cos^{n-1}\alpha_n \, dr d\alpha_1 \dots d\alpha_n + \frac{U_{(n+1)ik}(R)16}{A^{1/3} m_p c^2}
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
&\frac{U_{(n+1)ik}(R)16}{A^{1/3} m_p c^2} = -\mathrm{C}_n \int_0^{r_A} \frac{r^{n-2} r_A dr}{(r - R)^n} = \\
&= -\mathrm{C}_n \{\sum_{k=2}^{n} \frac{d^{n-k} r^{n-2}}{(n-k)!\, dr^{n-k}}|_{r=r_A} [\frac{r_A^{n-2k+2}}{(1-n)(2-n)\dots(1-n+k)(r_A - R)^{n-k}} - \\
&- \frac{r_A^{n-2k+2}}{(1-n)(2-n)\dots(1-n+k)(-R)^{n-k}}]\} \to +\infty; R \to r_A
\end{aligned}$$

$$-\mathrm{C}_n = \int_{-\pi/2}^{\pi/2} \dots \int_{-\pi/2}^{\pi/2} \int_0^{2\pi} \sum_{i,k} \Omega_{ink}^2 \cos\alpha_2 \cos^2\alpha_3 \dots \cos^{n-1}\alpha_n \, d\alpha_1 \dots d\alpha_n; \mathrm{C}_n > 0$$

$$\Omega_{nik} = \frac{r^2 \partial^2 s_n}{h_i h_k \partial q_i \partial q_k} = \frac{4^n(\hbar - 2imv)}{r_A^n} \frac{r^{3-n}\partial^2}{h_i h_k \partial q_i \partial q_k} \sum_{k=0}^{n-1} \omega_k^{n-1} r^{n-1} [Y_{nn\dots nkk\dots k}(\alpha_2, \dots, \alpha_n, \alpha_1) +$$

$$+(-1)^{n-1} Y_{nn\dots n(-k)(-k)\dots(-k)}(\alpha_2, \dots, \alpha_n, \alpha_1)] = c; \frac{\partial c}{\partial r} = 0$$

Разбиваем интеграл на сингулярную и непрерывные части

$$\Omega_{nik} = \frac{r\,\partial^2 s_n}{\partial r\,\partial\alpha_k} \sqrt{\int_{-\pi/2}^{\pi/2} \frac{d\alpha_k}{\cos^{k-1}\alpha_k}}$$

$$\Omega_{nik} = \frac{\partial^2 s_n}{\partial\alpha_i\,\partial\alpha_k} \sqrt{\int_{-\pi/2}^{\pi/2} \int_{-\pi/2}^{\pi/2} \frac{d\alpha_i d\alpha_k}{\cos^{i-1}\alpha_i \cos^{k-1}\alpha_k}}$$

$$\Omega_{nik} = \frac{\partial^2 s_n}{\partial\alpha_i\,\partial\alpha_k} \sqrt{\pi \int_{-\pi/2}^{\pi/2} \frac{d\alpha_k}{\cos^{3k-3}\alpha_k}}$$

Выведем формулы для полученных интегралов, и в последних интегралах перейдем к пределу, устраняющему особенность. Интеграл по углам имеет особенности

$$\frac{d\alpha_n}{\cos^{n-1}\alpha_n} = -\frac{dx}{x^{n-1}\sqrt{1-x^2}} = \frac{u^{n-2}du}{\sqrt{u^2-1}} = \cosh^{n-2} y\, dy = [\frac{\exp y + \exp(-y)}{2}]^{n-2} dy =$$

$$\frac{\sum_{k=0}^{n-2} C_{n-2}^k \exp(2k+2-n)y dy}{2^{n-2}} = d\frac{C_{n-2}^{n/2-1} \ln(u \pm \sqrt{u^2-1}) + \sum_{\substack{k=0 \\ k \neq n/2-1}}^{n-2} C_{n-2}^k \frac{(u \pm \sqrt{u^2-1})^{2k+2-n}}{2k+2-n}}{2^{n-2}};$$

$$x = \cos\alpha_n; x = 1/u; u = \cosh y; u = \frac{1}{\cos\alpha_n};$$

$$\frac{d\alpha_n}{\cos^{3n-3}\alpha_n} = -\frac{dx}{x^{3n-3}\sqrt{1-x^2}} = \frac{u^{3n-4}du}{\sqrt{u^2-1}}; n > 1$$

Получается, что интеграл имеет особенности в точках и перейдем к пределу интегралов в формуле

$$\frac{\pm C_{n-2}^{n/2-1} \ln(\frac{1}{\cos\alpha_n} \pm \sqrt{\frac{1}{\cos^2\alpha_n} - 1}) + \sum_{\substack{k=0 \\ k \neq n/2-1}}^{n-2} C_{n-2}^k \frac{(\frac{1}{\cos\alpha_n} \pm \sqrt{\frac{1}{\cos^2\alpha_n} - 1})^{2k+2-n}}{2k+2-n}}{2^{n-2}} =$$

$$= \frac{\pm C_{n-2}^{n/2-1} \frac{i\pi}{2} + \sum_{\substack{k=0 \\ k \neq n/2-1}}^{n-2} C_{n-2}^k \frac{\exp[\pm i\pi(2k+2-n)/2]}{2k+2-n}}{2^{n-2}};$$

$$\frac{\pm C_{3n-4}^{(3n-4)/2} \ln(\frac{1}{\cos\alpha_n} \pm \sqrt{\frac{1}{\cos^2\alpha_n} - 1}) + \sum_{\substack{k=0 \\ k \neq (3n-4)/2}}^{3n-4} C_{3n-4}^k \frac{(\frac{1}{\cos\alpha_n} \pm \sqrt{\frac{1}{\cos^2\alpha_n} - 1})^{2k-3n+4}}{2k-3n+4}}{2^{3n-4}} =$$

$$= \frac{\pm C_{3n-4}^{(3n-4)/2} \frac{i\pi}{2} + \sum_{\substack{k=0 \\ k \neq (3n-4)/2}}^{3n-4} C_{3n-4}^k \frac{\exp[\pm i\pi(2k-3n+4)/2]}{2k+4-3n}}{2^{3n-4}}$$

Регуляризацию надо производить только у коэффициентов Ламе, имеющих особенности.

Вычислено значение энергии ядра в случае если оно имеет две частоты и образует двумерную сферу. В случае если в ядре имеется n частот, то в пространстве имеется n углов, описывающих поворот основных частот. Но для вычисления энергии ядра в случае если имеется n частот надо определить потенциал, проинтегрировав квадрат вычисленной безразмерной частоты с коэффициентами в n+1 мерном пространстве. Тогда определится потенциал и кинетическая энергия и можно вычислить спектр значений энергии.

Каждому действию соответствует свои углы сферы, и переход от одних углов к другим сопровождается изменением энергии системы. Причем размерность ядра строго определена его действием.

Но этот гидродинамический потенциал в уравнении Шредингера удовлетворяет условию

$$div(\psi_n^{-1} grad\psi_n + \psi_n grad\psi_n^{-1}) = 2div[\psi_n^{-1}\psi_n \nabla \ln \psi_n] = 2div[\psi_n^{-1}\psi_n \nabla\phi] =$$
$$= 2div[\delta(\mathbf{r} - \mathbf{r}_0)\mathbf{V}]/v = 2div(\mathbf{V})/v = 0; \hbar = 2imv$$

согласно свойствам обратной функции для стационарного процесса. Свойства обратной функции

$$\phi_n^{-1}\phi_n = \phi_n^2 = \psi_n^{-1}\psi_n = \delta(\mathbf{r} - \mathbf{r}_0), \phi_n^{-1} = \psi_n^{-1}\sqrt{\int \psi_n^2 d^3x} = \psi_n^{-1}/\sqrt{c} = \sqrt{c}\psi_n = \frac{\psi_n}{\sqrt{\int \psi_n^2 d^3x}} = \phi_n;$$
$$\phi_n^{-1} = \phi_n; \psi_n^{-1} \neq \psi_n \Rightarrow c \neq 1; c = \frac{1}{\int \psi_n^2 d^3x}$$

см. [2] в декартовом представлении. Т.е. скорость вакуумной среды или частиц вакуума удовлетворяет уравнению несжимаемой жидкости в точках непрерывности решения и равен бесконечности в конечном количестве особенностей.

Список литературы

[1].Якубовский Е.Г. Новые точные решения уравнения Навье-Стокса для вязкой несжимаемой жидкости в случае произвольного звездного тела «Энциклопедический фонд России», 2020, 9 стр. http://russika.ru/userfiles/390_1589796654.pdf

[2]. Якубовский Е.Г. Скалярное произведение в квантовой механике без знака комплексного сопряжения «Энциклопедический фонд России», 2020, 28 стр. http://russika.ru/userfiles/390_1592725542.pdf